



تحليل و کنترل
سیستم‌های دینامیکی چند متغیره خطی
جلد اول: تحلیل

تألیف:

دکتر محمدباقر منهاج

استاد دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک تهران)

دکتر هدی نخبه الفقهایی

عضو هیأت علمی مجتمع آموزش عالی لارستان

پاییز ۱۴۰۱

سرشناسه	منهاج، محمدباقر، ۱۳۳۸-
عنوان و نام پدیدآور	تحلیل و کنترل سیستم‌های دینامیکی چند متغیره خطی / تألیف محمدباقر منهاج، هدی نخبه الفقهایی.
مشخصات نشر	تهران: دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک تهران)، مرکز نشر، ۱۴۰۱-.
مشخصات ظاهری	ج.: مصور، جدول، نمودار.
شابک	۹۷۸-۹۶۴-۴۶۳-۸۷۳-۲
وضعیت فهرست‌نویسی	فیبا
یادداشت	واژه‌نامه.
یادداشت	کتابنامه.
یادداشت	نمایه.
مندرجات	ج. ۱. تحلیل
موضوع	تجزیه و تحلیل چند متغیره.
موضوع	Multivariate analysis :
موضوع	تجزیه و تحلیل چند متغیره - مسائل، تمرین‌ها و غیره.
موضوع	Multivariate analysis – Problems, exercises, etc :
موضوع	تجزیه و تحلیل سیستم‌ها.
موضوع	System analysis :
موضوع	دینامیک.
موضوع	Dynamics :
شناسه افزوده	نخبه‌الفقهایی، هدی، ۱۳۶۰-
شناسه افزوده	دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک تهران). مرکز نشر.
شناسه افزوده	Amirkabir University of Technology (Tehran Polytechnic). Publishing : Center.
رده‌بندی کنگره	QA۲۷۸ :
رده‌بندی دیویی	۵۱۹/۵۳۵ :
شماره کتابشناسی ملی	۹۰۵۹۹۱۲ :



انتشارات دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

این کتاب در جلسه مورخ ۱۴۰۰/۱۱/۱۰ شورای چاپ و نشر
دانشگاه صنعتی امیرکبیر به تصویب رسیده است.

عنوان کتاب	تحلیل و کنترل سیستم‌های دینامیکی چند متغیره خطی - جلد اول: تحلیل
تألیف	محمدباقر منهاج، هدی نخبه الفقهایی
ناشر	انتشارات دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک تهران)
لیتوگرافی، چاپ و صحافی	انتشارات دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک تهران)
چاپ اول	پاییز ۱۴۰۱
قیمت	۲۵۰,۰۰۰ تومان
تیراژ	۱۰۰
شابک	۹۷۸-۹۶۴-۴۶۳-۸۷۳-۲
	ISBN : 978-964-463-873-2

آدرس مرکز پخش: خیابان ولیعصر، روبروی خیابان بزرگمهر، فروشگاه کتاب مرکز نشر
دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک تهران) - تلفن: ۶۶۴۹۸۸۶۸
وبسایت: <http://publication.aut.ac.ir>
حق چاپ برای ناشر محفوظ است.

تقدیم به:

"بزرگانی که برای اعتلای علم و فرهنگ ایران زحمت کشیدند"

فهرست مطالب

پیشگفتار.....	ک
۱ مقدمه.....	۱
۱-۱ مقدمه.....	۱
۱-۱-۱ انواع طراحی.....	۱
۱-۱-۲ روش برتر.....	۲
۱-۱-۳ هدف این کتاب.....	۲
۲-۱ مشخصات و محدودیتها.....	۲
۲-۱-۱ کنار آمدن (بده بستان).....	۲
۲-۱-۲ چگونگی کنار آمدن.....	۳
۲-۱-۳ محدودیت سخت افزاری.....	۳
۳-۱ مدل سازی برای طراحی کنترل کننده.....	۴
۳-۱-۱ ساده سازی مدل.....	۵
۳-۱-۲ نرمالیزه نمودن.....	۶
۳-۱-۳ کاهش مدل.....	۶
۴-۱ سیستم های چند متغیره و ماتریس های تبدیل.....	۱۲
۴-۱-۱ تعیین معادله مشخصه سیستم.....	۱۴
۴-۱-۲ معادله مشخصه سیستم حلقه باز و حلقه بسته.....	۱۶
۵-۱ کنترل فیدبک.....	۲۰
۵-۱-۱ شکل عمومی.....	۲۱
۵-۱-۲ امکان جواب.....	۲۱
۵-۱-۳ بهره فیدبک.....	۲۲
۵-۱-۴ مقاوم بودن.....	۲۴
۵-۱-۵ کاهش اغتشاشات.....	۲۵

۱-۵-۶- بهبود عرض باند و خطی سازی.....	۲۶
۱-۶- پایداری سیستم های فیدبک.....	۲۶
۱-۷- سیستم های چند متغیره برگشتی غیر متغیر با زمان (LTI).....	۲۹
۱-۷-۱- ساختار کلی.....	۲۹
۱-۷-۲- حساسیت.....	۳۰
۱-۷-۳- حذف اغتشاش.....	۳۲
۱-۷-۴- حذف نویز دستگاه اندازه گیری.....	۳۲
۱-۷-۵- بهبود رفتار انتقالی و ردیابی.....	۳۳
۲ ماتریس های چند جمله ای و خواص آنها.....	۴۱
۲-۱- یادآوری.....	۴۱
۲-۱-۱- تعاریف.....	۴۱
۲-۱-۲- فضای سطری و فضای ستونی یک ماتریس.....	۴۵
۲-۱-۳- رتبه یک ماتریس.....	۴۶
۲-۱-۴- عملیات سطری و ستونی مقدماتی.....	۴۶
۲-۱-۵- تجزیه مقدار منفرد (SVD).....	۴۷
۲-۲- ماتریس های چند جمله ای.....	۴۷
۲-۲-۱- بزرگترین مقسوم علیه مشترک ($g.c.d$).....	۵۲
۲-۲-۲- رابطه بین gcd ها.....	۵۵
۲-۲-۳- ماتریس های متباین.....	۵۶
۲-۳- ماتریس های سطر و ستون کاهش یافته.....	۶۲
۲-۳-۱- تبدیل به فرم ستون کاهش یافته.....	۶۷
۲-۳-۲- ماتریس های سطر کاهش یافته.....	۷۳
۲-۴- تقسیم ماتریس های چند جمله ای.....	۷۳
۲-۵- فرم اسمیت و نتایج مربوطه.....	۷۸

۲-۶-تمرینات پایانی فصل دوم.....	۸۷
۳ توصیف سیستم های چندمتغیره.....	۹۱
۳-۱-توصیف سیستم های چند متغیره خطی به کمک معادلات حالت.....	۹۱
۳-۱-۱-حل معادله حالت خودگردان.....	۹۱
۳-۱-۲-حل معادله حالت با ورودی.....	۹۲
۳-۱-۳-حل معادله حالت غیرمتغیر با زمان.....	۹۲
۳-۱-۴-قطری سازی ماتریس A	۹۳
۳-۲-توصیف سیستمهای چند متغیره LTI به صورت ماتریس انتقال و کسر	
ماتریسی.....	۹۷
۳-۲-۱-مقسوم علیه های راست و MFD های کاهش پذیر.....	۹۹
۳-۲-۲-فرم اسمیت- مک میلان.....	۱۰۳
۳-۲-۳-نتایج حاصل از فرم اسمیت- مک میلان.....	۱۰۵
۳-۳-صفر و قطب ماتریس انتقال.....	۱۰۶
۳-۳-۱-قطب های ماتریس انتقال سیستم های چندمتغیره.....	۱۱۰
۳-۳-۲-صفرهای انتقال ماتریس انتقال.....	۱۱۲
۳-۳-۳-رابطه بین چندجمله ای مشخصه سیستم حلقه باز و حلقه بسته.....	۱۲۱
۳-۴-توصیف سیستم های چند متغیره LTI به کمک ماتریس های چندجمله ای	
(PMD)	۱۲۵
۳-۴-۱-کاهش مرتبه PMD	۱۲۷
۳-۴-۲-ماتریس سیستم.....	۱۲۸
۳-۴-۳-رابطه بین بردارهای شبه حالت.....	۱۳۲
۳-۴-۴-تحقق PMD ها.....	۱۳۳
۳-۴-۵-مفهوم صفر و قطب برای PMD	۱۳۵
۳-۵-تمرینات پایانی فصل سوم.....	۱۴۵

۴-کنترل پذیری، رؤیت پذیری و فرمهای قانونی	۱۵۱
۴-۱-یادآوری	۱۵۱
۴-۱-۱-تجزیه های قانونی	۱۵۳
۴-۲-کنترل پذیری	۱۵۵
۴-۳-رؤیت پذیری	۱۵۹
۴-۴-کنترل پذیری و رؤیت پذیری معادلات حالت با فرم جردن	۱۶۲
۴-۵-کنترل پذیری خروجی	۱۶۷
۴-۶-کنترل پذیری و رؤیت پذیری سیستم های مرکب	۱۷۵
۴-۶-۱-اتصال موازی	۱۷۸
۴-۶-۲-اتصال سری	۱۸۰
۴-۶-۳-اتصال برگشتی	۱۸۴
۴-۷-معادلات دینامیکی با فرم قانونی	۱۸۶
۴-۷-۱-حالت یک متغیره (تک ورودی- تک خروجی)	۱۸۶
۴-۷-۲-حالت چند متغیره (چند ورودی- چند خروجی)	۱۸۷
۴-۸-تمرینات پایانی فصل چهارم	۱۹۳
۵-تحقق ماتریس های انتقال	۱۹۵
۵-۱-تحقق کاهش پذیر	۱۹۵
۵-۱-۱-تحقق کنترل پذیر	۱۹۸
۵-۱-۲-تحقق رؤیت پذیر	۲۰۰
۵-۲-تحقق های کاهش ناپذیر	۲۰۱
۵-۲-۱-تحقق کاهش ناپذیر گیلبرت	۲۰۲
۵-۲-۲-تحقق فرم کنترل پذیر	۲۰۶
۵-۲-۳-تحقق فرم رؤیت پذیر	۲۱۴

۲۲۰.....	۵-۳-تمرینات پایانی فصل پنجم.....
۲۲۳.....	۶ پایداری سیستم های چندمتغیره
۲۲۳.....	۶-۱-مقدمه
۲۲۶.....	۶-۲-پایداری سیستم های مرکب.....
۲۲۶.....	۶-۲-۱-اتصال موازی
۲۲۷.....	۶-۲-۲-اتصال سری
۲۲۷.....	۶-۲-۳-اتصال برگشتی.....
۲۳۵.....	۶-۳-معیار پایداری نایکوئیست تعمیم یافته
۲۳۶.....	۶-۳-۱-اصل آرگومان
۲۴۳.....	۶-۴-معیار پایداری نایکوئیست معکوس تعمیم یافته
۲۴۴.....	۶-۵-آرایه های نایکوئیست و باندهای گرشگورین.....
۲۴۸.....	۶-۶-غلبه قطری و پایداری
۲۵۷.....	۶-۷-تمرینات پایانی فصل ششم.....
۲۶۱.....	۷ جفت کردن ورودی - خروجی
۲۶۱.....	۷-۱-تحلیل تداخل در سیستم های چند متغیره.....
۲۶۲.....	۷-۲-بهره و اندازه های جهت گیری سیستم
۲۶۷.....	۷-۲-۱-تجزیه مقدار منفرد (SVD).....
۲۶۸.....	۷-۳-جفت یابی ورودی - خروجی
۲۶۹.....	۷-۳-۱-آرایه بهره نسبی (RGA).....
۲۸۶.....	۷-۳-۲-اندازه گیری تداخل بر اساس گرامیان.....
۲۹۶.....	۷-۳-۳-مقایسه روش های جفت یابی.....
۲۹۷.....	۷-۴-تمرینات پایانی فصل هفتم.....
۳۰۱.....	۸ دکوپله سازی با رویکرد فضای حالت.....

۳۰۱	۸-۱-مقدمه
۳۰۴	۸-۲-دکوپله سازی استاتیکی
۳۰۶	۸-۳-دکوپله سازی دینامیکی
۳۱۵	۸-۴-صفر و قطب های سیستم های دکوپله شده
۳۲۱	۸-۵-تمرینات پایانی فصل هشتم
۳۲۵	۹ دکوپله سازی با رویکرد ماتریس چندجمله ای
۳۲۵	۹-۱-مقدمه
۳۲۶	۹-۲-فرمولبندی و پیشنهاد های دکوپله سازی با استفاده از ماتریس انتقال
۳۳۶	۹-۳-دکوپله سازی قطری برای سیستم های مربعی
۳۴۸	۹-۳-۱-شرط حل پذیری جایگزین
۳۶۰	۹-۴-دکوپله سازی بلوکی
۳۶۹	۹-۵-تمرینات پایانی فصل نهم
۳۷۳	۱۰ دکوپله سازی تقریبی
۳۷۳	۱۰-۱-دلایل ایجاد مفهوم دکوپله سازی تقریبی
۳۷۵	۱۰-۲-کنترل دکوپله ساز تقریبی برای سیستم ها بدون وجود انحراف با رویکرد فیدبک حالت
۳۸۴	۱۰-۳-دکوپله سازی تقریبی مقاوم با رویکرد فیدبک حالت
۳۸۷	۱۰-۴-دکوپله سازی تقریبی با رویکرد فیدبک خروجی دینامیکی
۳۹۲	۱۰-۵-دکوپله سازی تقریبی مقاوم با رویکرد فیدبک خروجی دینامیکی
۳۹۸	۱۰-۶-مثال عددی
۴۰۳	۱۰-۷-تمرینات پایانی فصل دهم
۴۰۵	۱۱ معرفی تعدادی سیستم چندمتغیره
۴۰۵	۱۱-۱-وان حمام

۴۱۱	۱۱-۲-کنترل دینامیک اتومبیل
۴۱۲	۱۱-۲-۱-مدل غیرخطی خودرو در تحلیل دینامیکی
۴۱۶	۱۱-۳-دستگاه پخش DVD
۴۱۸	۱۱-۳-۱-مدلسازی زیرسیستم مکانیکی
۴۲۱	۱۱-۳-۲-مدلسازی زیرسیستم الکتریکی
۴۲۲	۱۱-۳-۳-مدل کلی سیستم
۴۲۵	۱۱-۴-سیستم چند متغیره دو روتوری (TRMS)
۴۲۹	۱۱-۵-بایوراکتور
۴۳۴	۱۱-۶-برج تقطیر دسته ای باینری
۴۳۷	۱۱-۷-معادلات دینامیکی ماهواره
۴۳۷	۱۱-۷-۱-دستگاه مختصاتی بدنه
۴۳۸	۱۱-۷-۲-زوایای اوپلر
۴۳۹	۱۱-۷-۳-کواترنيون ها
۴۴۱	۱۱-۷-۴-معادله تعادل وضعیت ماهواره
۴۴۷	۱۱-۷-۵-بیان معادلات حرکت ماهواره با استفاده از پارامترهای کواترنيون
۴۴۸	۱۱-۷-۶-خطی سازی معادلات دینامیکی
۴۶۱	۱۱-۸-هلیکوپتر
۴۷۰	۱۱-۹-موتور هوا
۴۷۳	۱۱-۱۰-جوشکاری متحرک اصطکاکی (FSW)
۴۷۵	پیوست الف: اثبات قضیه ۳ فصل ۹
۴۸۱	پیوست ب: اثبات لم ۳ فصل ۹
۴۸۳	پیوست ج: اثبات قضیه ۹ فصل ۹
۴۸۵	مراجع

نمایه ۴۸۹

واژه نامه فارسی به انگلیسی ۴۹۷

واژه نامه انگلیسی به فارسی ۵۰۱

پیشگفتار

گفتمش آموختی زین چرخ دهر کاین سرا پا گردش گردونه چرخ
این ندا پر طمطراق آمد بگوش خود مبصر نیک مقیاس در رفتار کوش

سپاس خدای را که توفیق به سرانجام رساندن کتابی را داریم با قدمتی بیش از دو دهه. نگارش کتاب سیستم‌های چندمتغیره عملاً در اوایل دهه هفتاد شروع شد زمانی که در دانشکده برق دانشگاه صنعتی امیرکبیر شروع به تدریس نمودم. دست‌نوشته‌ها و تایپ قسمت ابتدایی کتاب به مدت یک دهه که مشغول تدریس بودم در اختیار عزیزان دانشجو قرار می‌گرفت و ترم به ترم تصحیح و تکمیل می‌شد. خدای را شکر که توفیق رفیق راه شد و سرکار خانم دکتر هدی نخبه الفقهایی از دانشجویان قدیمی و آشنا کمر همت بست و مشوق اصلی بنده برای تکمیل کتاب شد. قطعاً کتاب حاضر و مجلد بعدی مرهون زحمات ایشان می‌باشد و بس. سعی بر این شد که در مجلد اول کتاب تجزیه و تحلیل سیستم‌های دینامیکی چندمتغیره بیان و فرمولبندی گردد. اساس کار تعمیم نظریه کلاسیک سیستم‌های دینامیکی تک متغیره به سیستم‌های چندمتغیره و اصل داستان روی کوپلینگ می‌باشد. شاهد این مدعا طرحواره آمده روی جلد کتاب است. مطالبی که در جلد اول کتاب بیان شده است عبارتند از

- مقدمه نسبتاً کاملی از سیستم‌های چندمتغیره و کنترل فیدبک
- ماتریس‌های چندجمله‌ای و خواص آنها
- توصیف سیستم‌های چندمتغیره به صورت معادلات حالت و قطری سازی و حل آنها
- توصیف سیستم‌های چند متغیره به صورت ماتریس‌های انتقال و کسر ماتریسی و تعریف مقسوم علیه مشترک راست و چپ و صفر و قطب‌های انتقال.
- توصیف سیستم‌های چندمتغیره به صورت ماتریس‌های چندجمله‌ای
- کنترل پذیری و رویت‌پذیری و فرم‌های کانونی
- تحقق‌های مختلف ماتریس‌های انتقال
- پایداری سیستم‌های چندمتغیره
- جفت کردن ورودی-خروجی
- دکوپله‌سازی با رویکرد ماتریس انتقال
- دکوپله‌سازی با رویکرد فضای حالت
- دکوپله‌سازی تقریبی
- ارائه تعدادی مثال‌های کاربردی

مجلد دوم که در آینده نزدیک تکمیل و به چاپ خواهد رسید اختصاص دارد به طراحی کنترل-کننده‌های مبتنی بر مدل. در این جلد بحث از آنالیز فرکانسی برای سیستم‌های چندمتغیره شروع و با تعمیم کنترل‌کننده‌های مربوط به سیستم‌های تک متغیره نظیر PID به سیستم‌های چندمتغیره ادامه می‌یابد. سپس در حوزه زمان و فضای حالت به تخصیص قطب و بردارهای ویژه پرداخته و بعد از آن بر کنترل‌کننده‌های بهینه و LQR متمرکز می‌شویم. در ادامه مقدمه‌ای بر نظریه احتمالات، LQG و کنترل‌کننده‌های مقاوم آورده و در جهت تکمیل کنترل‌کننده‌های بهینه، بحث $SDRE$ مطرح خواهد شد.

در پایان از جناب مهندس محمد لطفی که در ویراستاری کتاب و انجام اصلاحات لازم مرا یاری نمود، صمیمانه تشکر و قدردانی می‌نمایم. امید است تلاش ما مورد استفاده دانشجویان و علاقه‌مندان به این حوزه قرار گیرد.

محمدباقر منهاج

شهریور ماه ۱۴۰۰

مقدمه

۱-۱- مقدمه

اگرچه استفاده از ایده فیدبک جهت تنظیم رفتار سیستم، برمی گردد به سه هزار سال قبل، لیکن نخستین استفاده کنترل فیدبک در عصر جدید منتسب به آقای جیمز وات می باشد. مدلسازی تحلیلی اولیه ماکسول (۱۸۶۸)، و یتمن (۱۹۴۵)، با مطالعات ریاضی گونه هوروریت (۱۸۹۵)، نایکوئیست (۱۹۳۲) و بود (۱۹۴۵)، ترکیب شد و پایه علم کنترل تشکیل گردید. از آن زمان به بعد، تئوری کنترل فیدبک با سرعت زیاد توسعه یافت. هر چند کاربرد تئوریهای فیدبک، در مسایل فنی - مهندسی برای طراحی های سخت افزاری کند پیش می رفت، لیکن ظهور تکنولوژی پردازشگرهای دیجیتال، تاثیر عمیقی روی کاربرد متدولوژی تئوریک گذاشت. تکنیکهای کنترلی، روی سیستمهای پیچیده پیاده می شدند، بدون اینکه دقت محاسباتی پایین باشد و یا از توانائی ذخیره سازی کامپیوتر تجاوز نماید.

۱-۱-۱- انواع طراحی

در اصل، دو روند برای طراحی سیستمهای کنترلی، برای سیستمهای پیچیده چند متغیره، توسعه یافته اند^۱. تکنیکهای چند متغیره حوزه فرکانسی که مبتنی اند بر نمایش توابع تبدیل جهت آنالیز

^۱ توجه اینکه بحث ما در اینجا به روی طراحی کنترلی که متکی هستند به داشتن مدل ریاضی از سیستم می باشد. میتوان طراحی های هوشمند مبتنی بر متدهای هوش محاسباتی از قبیل شبکه های عصبی و منطق فازی که احتیاجی به مدل ریاضی از سیستم ندارند هم داشت.

سیستمی و متدهای مشتق شده از تئوری کنترل متغیرهای حالت که مبتنی‌اند بر معادلات دیفرانسیلی که رفتار سیستم را توصیف می‌کنند (معادلات متغیرهای حالت جهت آنالیز سیستمی).

۱-۱-۲- روش برتر

هر روش مزایا و کم و کاستی‌های خاص خودش را دارد. در کل حکمی صریح در این مورد نمی‌توان صادر کرد. بستگی به مسئله خاص، روش مناسب بهتر است برگزیده شود.

۱-۱-۳- هدف این کتاب

قصد بر این نیست که بحث و بررسی جهت اعلام روش برتر با نمایش مزایا و معایب هر روش صورت گیرد. بالعکس، تلاش بر این است که تفحص بیشتری روی جنبه‌های عملی توسعه و طراحی کنترل‌کننده‌های سیستم‌های چندمتغیره بعمل آید. چیزیکه همچنان خلاقیت‌های هنری مهندسی را می‌طلبد، علیرغم توسعه‌های ظریفی که در پایه‌های تئوریک علم کنترل رخ داده است. عموماً هر طراح، تکنیک‌هایی را که بیشتر با آنها آشنا است و بیشتر راه دستش می‌باشد، جهت توسعه سیستم کنترل‌کننده بکار می‌برد. در این کار، بندرت این سوال مد نظر قرار می‌گیرد، که کدامین روش می‌بایست انتخاب شود. در واقع اینگونه بنظر می‌رسد که هیچ جایگزینی برای تجارب و شم مهندسی در طراحی سیستم کنترل‌کننده برای سیستم‌های چندمتغیره موجود نیست.

۱-۲- مشخصات و محدودیتها

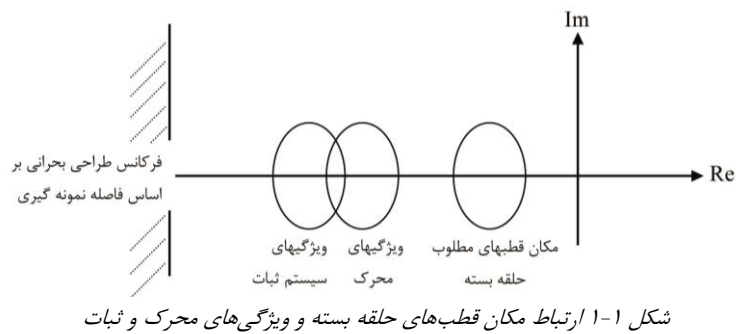
قبل از توسعه و فرموله کردن سیستم کنترل‌کننده علی‌الخصوص برای سیستم‌های چندمتغیره پیچیده، طراح نخست بایستی تعدادی از شاخص‌های عملکرد اجرایی و مشخصه‌های کاری سیستم را همراه با مجموعه ممکنه از دستگاه‌های حسگر و محرک را برای سیستم تحت کنترل را فرموله و تعریف نماید.

۱-۲-۱- کنار آمدن (بده بستان)

دقت اجرایی بالا، هزینه بر می‌باشد. این یک اصل است. در واقع دقت بالا، منجر به افزایش پیچیدگی کل سیستم و متعاقباً هزینه بیشتری می‌شود. از اینرو احتیاج به کنار آمدن بین هزینه، پیچیدگی کل سیستم و میزان دقت اجرایی بوضوح دیده می‌شود.

۱-۲-۲- چگونگی کنار آمدن

مشخصه ها و ویژگی های اجرایی سیستم و دستگاه های ثابت و محرک را می توان در ارتباط با عرض باند سیستم روی منحنی مکان هندسی ریشه آنگونه که در شکل پایین می بینیم مورد توجه قرار گیرد.



از روی این شکل "کنار آمدن" بهتر دیده می شود. قطب های مطلوب سیستم حلقه بسته بایستی نزدیک ناحیه ای که ویژگی های محرک و ثابت دیکته می کنند قرار گیرند. انتخاب این دستگاه ها بستگی به نوع مسئله و طراحی دارد. مثلاً، سنسورها و محرک هایی که دارای پاسخ سریع می باشند موجب عملکرد سریع سیستم کنترلی می شوند به طوریکه پاسخ گذرا سیستم کنترل کننده خیلی کوتاه خواهد شد. کنترل کننده هایی که از چنین دستگاه های ثابت و محرک استفاده می کنند، هزینه بالایی برای ساخت آن احتیاج است. سیستم پیچیده تر، دقت بالاتر، هزینه افزونتر، (اصل هزینه و دقت).

۱-۲-۳- محدودیت سخت افزاری

در ارتباط با پیاده سازی دیجیتال، یک محدودیت اضافی سخت افزاری موجود می باشد، که منجر به یک زمان نمونه برداری، "دوره زمانی متناوب که بایستی محاسبات در آن صورت گیرد" محدود می گردد. بازسازی سیگنال الزام می دارد که سیگنالها با نرخ حداقل دو برابر بزرگترین فرکانس مورد نظر سیستم، نمونه برداری شوند و یا عبارت دیگر فرکانس نمونه برداری f_s حداقل دو برابر بزرگترین فرکانس سیستم f_c باشد (قضیه شانون ۱۹۴۹).

در عمل $f_s = 5f_c$ جهت جلوگیری از حساسیت زیاد به پارامترهای مدلسازی انتخاب می شود. از آنجا که، طراح در عمل نمی تواند فرکانس نمونه برداری را بطور دلخواهی مشخص نماید، لذا

فرکانس طراحی سیستم (بزرگترین فرکانس مورد نظر یا به عبارتی فرکانس بحرانی سیستم) بر اساس فاصله نمونه برداری T به صورت قانون تقریبی زیر مشخص می‌شود:

$$f_c < 0.2f_s = \frac{0.2}{T} \text{ hertz}$$

عبارت فوق، محدودیت اعمال شده توسط مساله نمونه برداری را فرموله می‌کند. این محدودیت، عملاً محدودیت پیاده سازی دیجیتالی می‌باشد. براساس این محدودیت و ویژگیهای عملکرد اجرایی مطلوب، طراح بایستی فرآیند طراحی کنترل کننده را جهت طراحی کنترل کننده دنبال نماید.

۱-۳- مدلسازی برای طراحی کنترل کننده

مهمترین بخش از طراحی کنترل کننده، برای سیستمهای چند متغیره کلاسیک^۱ توسعه یک مدل ریاضی برای سیستم تحت بررسی می‌باشد، که خود این امر مبتنی بر توصیف ریاضی گونه حاصله از فرضیه هایی جهت سادگی مدل می‌باشد. برای این کار طراح می‌بایست حداقل یک دید کلی از عناصر اصلی فیزیکی سیستم و ارتباطات متقابل آنها داشته باشد تا بتواند بر اساس آنها

۱- متغیرهای حالت سیستم، آنهایی که اثر قابل توجهی در پاسخ سیستم دارند،

۲- پارامترهای مهم کاری سیستم^۲ و

۳- ورودیهای کنترلی که بیشترین تاثیر را روی پاسخ سیستم و پارامترهای کاری سیستم دارند، را تعیین نماید.

در واقع منظور از مدلسازی این است که توصیف خروجیها، متغیرهای حالت و متغیرهای کنترلی را آنگونه که جهت توضیح سیستم تحت کنترل و طراحی موثر کنترلی کفایت می‌کند، به زبان ریاضی بیان نماید.

بردار متغیرهای خروجی سیستم، که با $y(t)$ نشان می‌دهیم، اطلاعاتی از سیستم به محیط می‌باشد و نحوه رفتار سیستم را بیان می‌کند. معمولاً متغیرهای خروجی متغیرهایی هستند که طراح مایل است رفتارشان کنترل شود (بهبود یابد)^۳. عموماً متغیرهای خروجی ترکیبی خطی از متغیرهای حالت می‌باشند. متغیرهای حالت که با $x(t)$ نمایش می‌دهیم، شامل کمیتهایی

^۱ در اینجا هر متدی که مبتنی اند بر مدلسازی سیستم تحت بررسی به روش کلاسیک موسوم اند. روش هایی که احتیاج دارند قبل از طراحی کل مدل ریاضی سیستم معلوم باشند

^۲ Operating Parameters

^۳ به طور متعارف خروجی منغیری است که اندازه گیری می شود ولی طبق تعریفی که در این کتاب ارائه شده است خروجی می‌تواند قابل اندازه گیری باشد یا نباشد.

هستند که از هم مستقل اند و بعبارت دیگر تعداد حداقل متغیرهایی هستند که رفتار سیستم را بطور کامل توضیح می‌دهند مفروض بر آن که وضعیت اولیه آنها و تاریخچه ورودیهای سیستم از لحظه اولیه تا لحظه حال مشخص باشد. برای بیشتر سیستمهای فیزیکی، متغیرهای حالت، عناصر ذخیره ساز انرژی سیستم و یا کمیت‌های داخلی سیستم هستند که پدیده‌های فیزیکی پایه‌ای سیستم را، از قبیل حرکت، سرعت، رفتار ترمودینامیکی و غیره توصیف می‌کنند. تعداد متغیرهای حالت برای سیستمهای پیچیده از قبیل موتورهای توربین و راکتورهای شیمیایی و هسته‌ای، می‌تواند زیاد باشد.

۱-۳-۱- ساده سازی مدل

پس از اینکه معادلات دیفرانسیلی که برای توصیف سیستم ضروریند، توسعه یافت، طراح عموماً تلاش دارد که مدل ساده تری از سیستم که در برگیرنده مدهای قابل توجه سیستم می‌باشد، بوجود بیاورد و طراحی خود را نخست برای این مدل ساده تر انجام داده و سپس کنترل کننده طراحی شده را روی سیستم اصلی پیاده نماید^۱. جهت رسیدن به مدل ساده تر، معمولاً نیاز است یک سری از ارتباطات فیزیکی ذاتی سیستم را که تأثیر کمی روی رفتار سیستم (که توسط بردار خروجی نمایندگی می‌شوند) دارد، مخصوصاً آنهایی را که در ناحیه‌ای پایدار خارج از عرض باند دستگاههای ثبات و محرک قراردارند، حذف شوند. بعبارت ساده تر مدهای پایدار غیر غالب حذف شوند.

همچنین خیلی مواقع الزام داریم که اندازه یک سیستم پیچیده غیر خطی از مرتبه بالا را کاهش بدهیم. یک روند غالب برای این کار خطی سازی سیستم حول و حوش نقاط نامی است.

دو دلیل اصلی ارجحیت طراحی مدل‌های خطی در فازهای اولیه، عبارتند از

(۱) سهولت آنالیز و شبیه‌سازی آنها توسط کامپیوترهای دیجیتال و آنالوگ

(۲) بیشتر تکنیک‌های طراحی کنترل کننده، برای مدل خطی از سیستم با پارامترهای ثابت که توسط معادلات دیفرانسیلی زیر توصیف می‌شوند، می‌باشد:

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}} &= A\underline{x} + B\underline{u} & \underline{x} &\in R^n & \underline{u} &\in R^r \\ \underline{y} &= C\underline{x} + D\underline{u} & \underline{y} &\in R^m \end{aligned}$$

^۱ در حالت کلی یک کنترل کننده ساده تر مطلوب می‌باشد. برای طراح مهم است که آن متغیر ورودی که تأثیر اساسی را روی متغیر رهای خروجی و حالت سیستم دارد تعیین نماید، مخصوصاً آنهایی را که نتوان پیشاپیش رابطه‌ای از متغیرهای غالب سیستم در مسیر حلقه باز فرموله نمود.

D, C, B, A ماتریسهای ثابت سیستم می‌باشد با اندازه‌های $m \times r, m \times n, n \times r, n \times n$ می‌باشد.

۱-۳-۲- نرمالیزه نمودن

عموماً قبل از آنالیز نمودن سیستمهای "مدل خطی"، مفید است که معادلات سیستم نرمالیزه شوند^۱ تا بتوان مدل‌های خطی بدست آمده را "با آنالیز رفتاری" با هم مقایسه و یا اینکه اهمیت عناصر سیستم را بر اساس مقایسه اندازه مقادیر نسبی (نرمالیزه شده) آنها تعیین نمود. مضاف بر اینکه، می‌توان مدل‌های خطی تولید شده حول نقاط نامی مختلف را با هم مقایسه کرد. سیستم خطی زیر را در نظر بگیرید.

$$\dot{\underline{x}} = A\underline{x} + B\underline{u}$$

$$\underline{y} = C\underline{x} + D\underline{u}$$

فرض کنید که سیستم فوق حول مقادیر غیر $\underline{x}^*, \underline{u}^*$ خطی شده است. با تبدیلات زیر سیستم جدید که فرم نرمالیزه شده سیستم اولیه می‌باشد، بدست می‌آید:

$$\dot{\underline{x}} = N_x \underline{x}_n \quad N_x = \text{diag} \left([x_1^*, \dots, x_n^*] \right)$$

$$\underline{y} = N_y \underline{y}_n \quad N_y = \text{diag} \left([y_1^*, \dots, y_n^*] \right)$$

$$\underline{u} = N_u \underline{u}_n \quad N_u = \text{diag} \left([u_1^*, \dots, u_n^*] \right)$$

آنگاه

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}}_n &= A_n \underline{x}_n + B_n \underline{u}_n & A_n &= N_x^{-1} A N_x & B_n &= N_x^{-1} B N_u \\ \underline{y}_n &= C_n \underline{x}_n + D_n \underline{u}_n & C_n &= N_y^{-1} C N_x & D_n &= N_y^{-1} D N_u \end{aligned}$$

۱-۳-۳- کاهش مدل

کاهش مدل را می‌توان از دو نقطه نظر مورد بررسی قرار داد:
نقطه نظر عملی: احتیاج است عناصری از متغیرهای حالت در مدل کاهش یافته داشته باشیم که در اندازه‌گیری دیده شوند.
نقطه نظر تئوریک: احتیاج است که مرتبه مدل خطی کاهش یابد آنگونه که تنها مدهای دینامیکی مهم سیستم و مهمترین ورودی‌های کنترلی که بیشترین توزیع را در اهداف کنترلی دارند شامل بشود.

^۱ منظور از نرمالیزه شدن این است که سیستم دارای واحد اندازه‌گیری خاصی نباشد. درواقع مقدار مهم است نه خود کمیت مثلاً سرعت، نیرو و مکان و در واقع مهم است بدانیم مقدار متغیر حالت اولی برابر است با ۲ تا اینکه بدانیم ۲ متر است یا ۲ گرم.